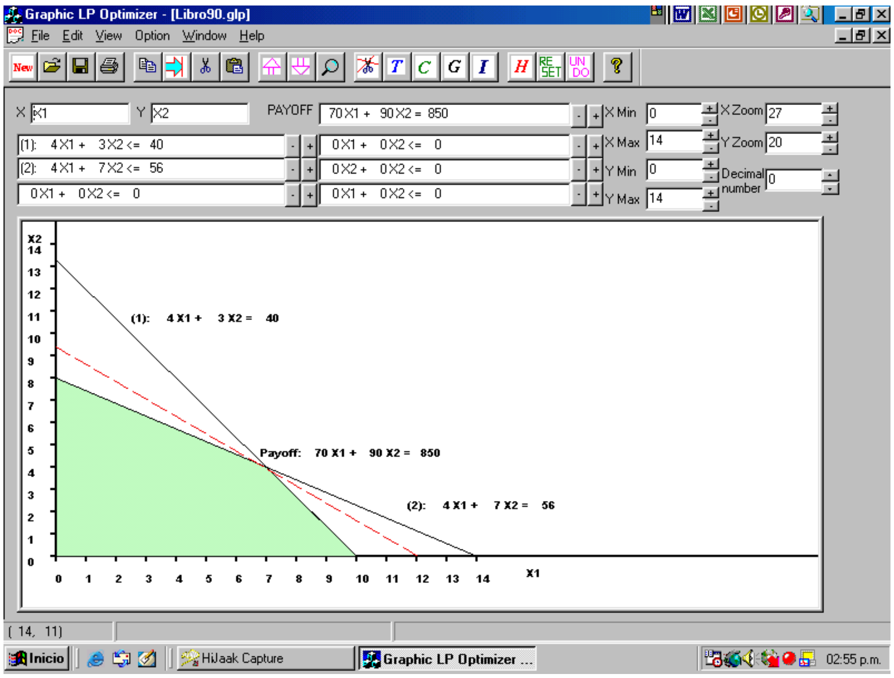
UNIVERSIDAD DE PANAMÁ
FACULTAD DE ADMINISTRACIÓN DE EMPRESAS Y CONTABILIDAD
ESCUELA DE ADMINISTRACIÓN DE EMPRESAS
INFORMÁTICAS PARA LA ADMINISTRACIÓN DE EMPRESAS II



POR:

Mgtr. CARLOS A. Changmarín R.

PANAMÁ, 25 DE SEPTIEMBRE DEL 2011

ÍNDICE

OBJETIVO GENERAL

Proporcionar a los estudiantes los conocimientos necesarios, para el manejo de herramientas para la toma de decisiones con el uso de la computadora.

INTRODUCCIÓN

Para cumplir con el objetivo general, hemos desarrollado este Utilitario sobre Programación Lineal para que los estudiantes de la Carrera de Administración de empresas puedan contar con suficiente conocimiento sobre el manejo de diversas herramientas para la toma de decisiones administrativas.

Para ello, estamos utilizando un software desarrollado por el Dr. Jeffrey H. Moore, de la Escuela de Negocios, Universidad de Stanford.

El software Optimización en Programación Lineal Gráfica, se ha diseñado para asistirle en el análisis de problemas con restricciones. El programa soporta hasta seis curvas de restricciones. Se puede encontrar la solución óptima para cualquiera de los máximos o mínimos de una función objetivo, automáticamente.

Como ejemplo, se incluye al inicio el Caso del Carpintero resuelto matemáticamente y con el software. Al final se incluyen 10 casos para que el profesor de la asignatura los utilice de práctica en el aula de clase con sus estudiantes, ya se cuenta con la respuesta, el objetivo es que se llegue a ella con el uso del software.

Los estudiantes que utilizarán este Utilitario pertenecen al Primer año de su carrera, por lo que adquirirán los conocimientos necesarios para hacerle frente a las asignaturas, relacionadas con el tema de años superiores.

Doctorando. Carlos A. Changmarín R.

1. ¿QUÉ ES PROGRAMACIÓN LINEAL (PL)?

El principal objetivo de esta área del conocimiento consiste en formular y resolver diversos problemas orientados a la toma de decisiones.

> "La naturaleza de los problemas abordados puede ser determinística, como en los **Modelos de Programación Matemática**, donde la teoría de probabilidades no es necesaria, o bien de problemas donde la presencia de incertidumbre tiene un rol preponderante, como en los **Modelos Probabilísticos"**.[1]

Hoy en día, la toma de decisiones abarca una gran cantidad de problemas reales cada vez más complejos y especializados, que necesariamente requieren del uso de metodologías para la formulación matemática de estos problemas y, conjuntamente, de métodos y herramientas de resolución, como los que provee la Investigación de Operaciones (IO).

2. CASO DEL CARPINTERO

Un carpintero modesto fabrica dos tipos de mesas de madera. Cada mesa del tipo 1 necesita 4 horas de mecanizado primario (preparación de piezas) y 4 horas de mecanizado secundario (ensamblado y barnizado). Análogamente, cada mesa dek tipo 2 necesita 3 horas de mecanizado primario y 7 horas de mecanizado secundario.

Las disponibilidades diarias de mecanizado primario y secundario son respectivamente de 40 y 56 horas-máquina. La venta de unas mesa del tipo 1 reporta un beneficio de B/.70, mientras que la venta de una mesa del tipo 2 de B/.90. Estos datos se resumen en la tabla siguiente.

3. DATOS PARA LA SOLUCIÓN DEL PROBLEMA

	Juego de sala		Disponibilidad de horas máquina por día
	Mediterrané (1)	Fiorella (2)	
Horas de mecanizado primario	4	3	40
Horas de mecanizado secundario	4	7	56
Beneficio (B/. balboas)	70	90	

El objeto de este caso es determinar el número de mesas de cada tipo que han de producirse diariamente para maximizar el beneficio obtenido. Este caso puede formularse como un problema de programación lineal que maximiza.

Un **modelo matemático** para hallar la mejor solución factible a este problema tiene tres componentes básicos:

1.1 **Las variables de decisión**, que consiste en definir cuál es la decisión que se debe tomar. En el ejemplo:

[1] Jiménez Iraundegui, **Rosa. Programación Lineal.** Internet

x1: número de mesas a fabricar del tipo 1.
X2: número de mesas a fabricar del tipo 2.

1.2 La función objetivo del problema, que permita tener un criterio para decidir entre todas las soluciones factibles. En el ejemplo, maximizar la utilidad dada por:

z = f(x1,x2) = 70x1 + 90x2

3.3 Restricciones del problema, que consiste en definir un conjunto de ecuaciones e inecuaciones que restringen los valores de las variables de decisión a aquellos considerados como factibles. En nuestro problema, respetar la disponibilidad de preparación piezas, ensamblado y tapizado para la fabricación de ambos modelos:

Mecanizado primario:**4x1 + 3x2 $\leq$ 40** Mecanizado secundario:**4x1 + 7x2 $\leq$ 56**
También se impone restricciones de no – negatividad: **x1,x2 $\geq$ 0**

En resumen: **Max z = 70x1 + 90x2**

s. a 4x1 + 3x2 $\leq$ 40 (1)
4x1 + 7x2 $\leq$ 56 (2)
x1,x2 $\geq$ 0

Donde x1 y x2 son las cantidades diarias de mesas a fabricar del tipo 1 y 2 respectivamente. La solución óptima de este problema, como se observa en la gráfica GLP, establece que han de producirse 7 y 4 mesas de los tipo 1 y 2 respectivamente, lo que da lugar a un beneficio de B/.850.00. Este resultado indica que ambos recursos (primario y secundario) están plenamente utilizados porque las restricciones relacionadas con ellos están ambas activas.

4. SOLUCIÓN DEL PROBLEMA EN FORMA MANUAL

Primero: Se obtienen el VO de la restricción (1)

4x1 + 3x2 $\leq$ 40
si x1 = 0
Entonces 4(0) + 3x2 = 40
Luego x2= 40 / 3
x2 = 13.33

4x1 + 3x2 $\leq$ 40
si x2 = 0
Entonces 4x1 + 3(0) = 40
Luego x1= 40 / 4
x1 = 10.00

El VO es:

x1	x2
0.00	13.33
10.00	0.00

Segundo: Se obtienen el VO de la restricción (2)

4x1 + 7x2 $\leq$ 56
si x1 = 0
Entonces 4(0) + 7x2 = 56
Luego x2= 56 / 7
x2 = 8.00

4x1 + 7x2 $\leq$ 56
si x2 = 0
Entonces 8x1 + 7(0) = 56
Luego x1= 56 / 8
x1 = 7.00

El VO es:

x1	x2
0.00	8.00
7.00	0.00

Los VO o puntos encontrados, corresponden a las raíces donde cada curva corta los ejes de x1 y x2, para la *preparación de piezas* y *ensamblado y tapizado*

Tercero: Se obtiene el FEV, o sea, el beneficio entre las dos ecuaciones; para ello, es necesario que multipliquemos por –1 la primera para realizar una resta y poder encontrar el valor de una de las incógnitas, en este caso x2.

-1(4x1 + 3x2) = -1(40)
4x1 + 7x2 = 56

$\cancel{-4x1}$ – 3x2 = -40
$\cancel{4x1}$ + 7x2 = 56

---

0 + 4x2 = 16
x2 = 4.00

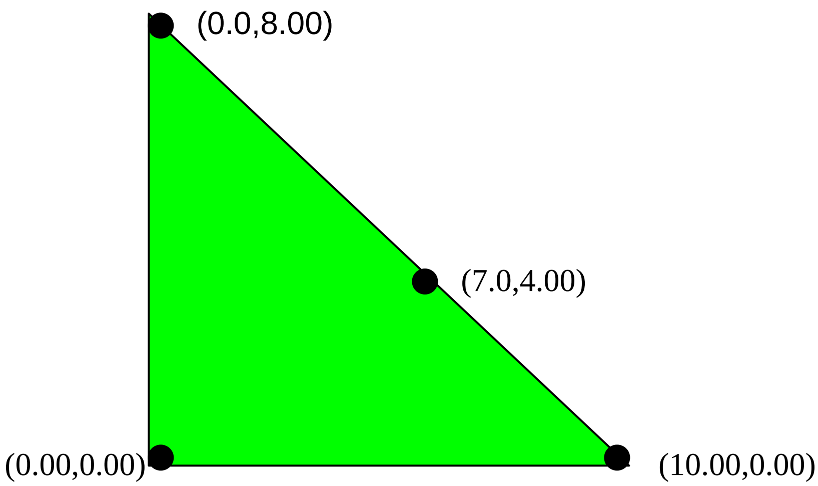
Reemplazando x2 en la ecuación encontraremos x1:

4x1 + 3x2 = 40
4x1 + 3(4) = 40
4x1 + 12 = 40
4x1 = 40 – 12
x1 = 28 / 4
x1 = 7.00

x1	x2
7.00	4.00

Estos dos puntos corresponden al punto de equilibrio donde interceptan las dos curvas de restricciones y la curva del beneficio esperado.

Entonces, los vértices encontrados de la región factible son:



Todos estos datos se pueden comprobar en la gráfica que presentamos a continuación.

Reemplazando estos puntos, con dos decimales, en la ecuación objetivo, tenemos:

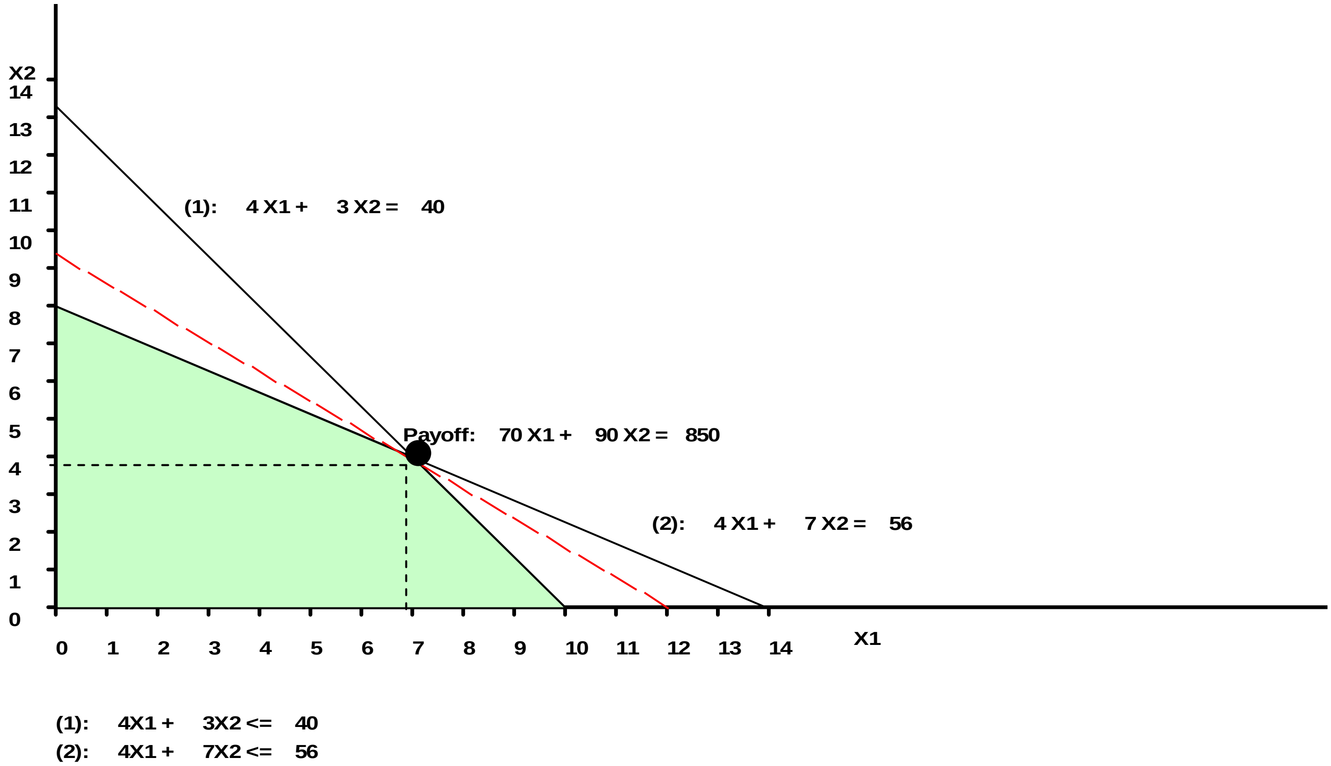
Z = 70x1 + 90x2, con (0.00,0.00) = 70 x 0 + 90 x 0 = 0 el beneficio
Z = 70x1 + 90x2, con (0.00,8.00) = 70 x 0.00 + 90x 8.00 = 720 el beneficio
Z = 70x1 + 90x2, con (7.00,4.00) = 70 x 7.00 + 90x 4.00 = 850 el beneficio
Z = 70x1 + 90x2, con (10.00,0.00) = 70 x 10.00 + 90x 0.00 = 700 el beneficio

Todas estas operaciones matemáticas han sido necesarias para poder encontrar el *beneficio máximo esperado* de B/.850.

Se debe tomar en cuenta, que el beneficio podrá ser mayor o menor dependiendo de las combinaciones que se realicen en la fabricación de los dos tipos de mesa, pero se tendría que cambiar la disponibilidad de horas máquina por día.

5. GRÁFICA DE LA PROGRAMACIÓN LINEAL DEL PROBLEMA

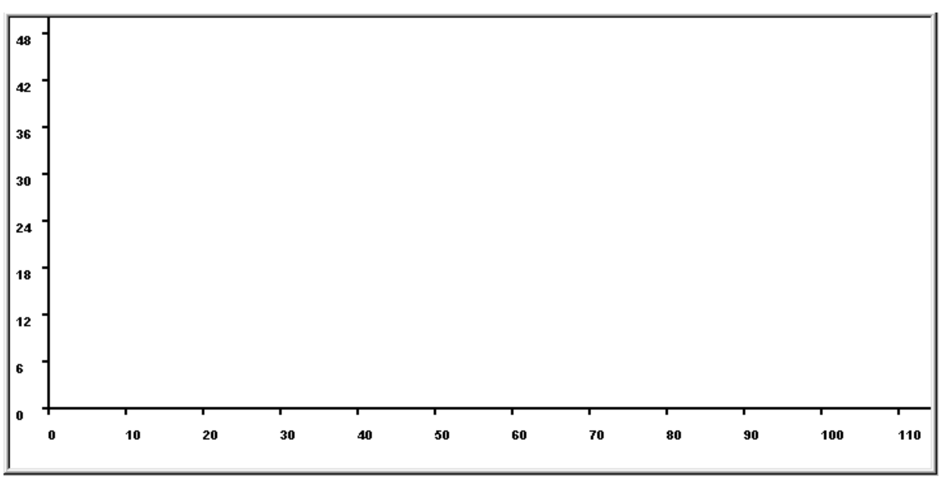
Como manifestamos anteriormente, fue necesario la realización de una serie de operaciones matemáticas de programación lineal para solucionar este problema, pero utilizando el software GLP (Stamford Graphic LP Optimizer)podemos obtener los datos para la solución del problema en una forma más rápida y manipulando las cifras en pocos segundos tendremos otras soluciones factibles que pueden ser aceptadas o no por el interesado, para la toma de decisiones, ayudándolo a ser más competitivo.



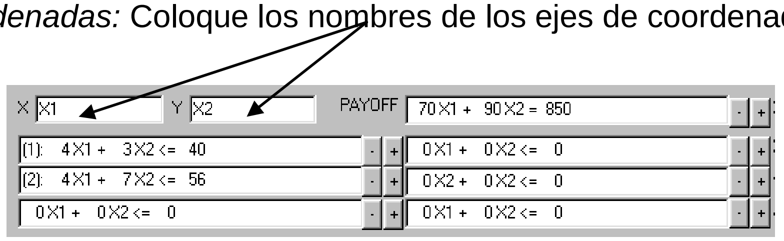
6. DESARROLLO EN LA COMPUTADORA

6.1 *Iniciar sistema:* Haga doble clik con el ratón en el icono que se encuentra en el escritorio de Windows.

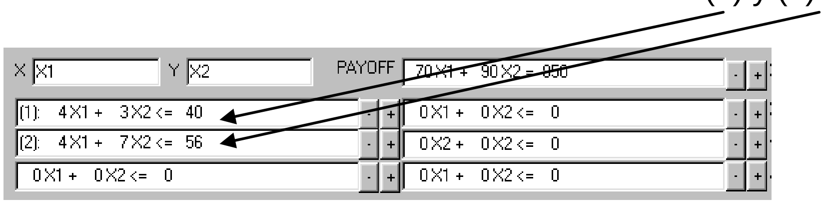
6.2 *Editor:* Se presentará el editor GLP, Programación Lineal Gráfica.



6.3 *Coordenadas:* Coloque los nombres de los ejes de coordenadas **x1** y **x2**.

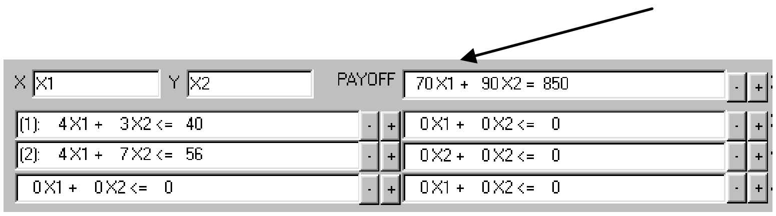


6.4 *Restricciones:* Escriba los valores de las restricciones (1) y (2).



Al escribir las restricciones empiezan a aparecer en la gráfica las líneas correspondientes.

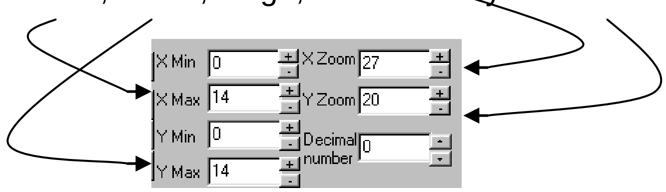
6.5 *Función objetivo:* Escriba la función objetivo Z = 70x1 + 90x2.



Al escribir la función objetivo, aparece una línea punteada de color rojo en la gráfica. Ésta y las dos anteriores, de color negro, se denominan curvas.

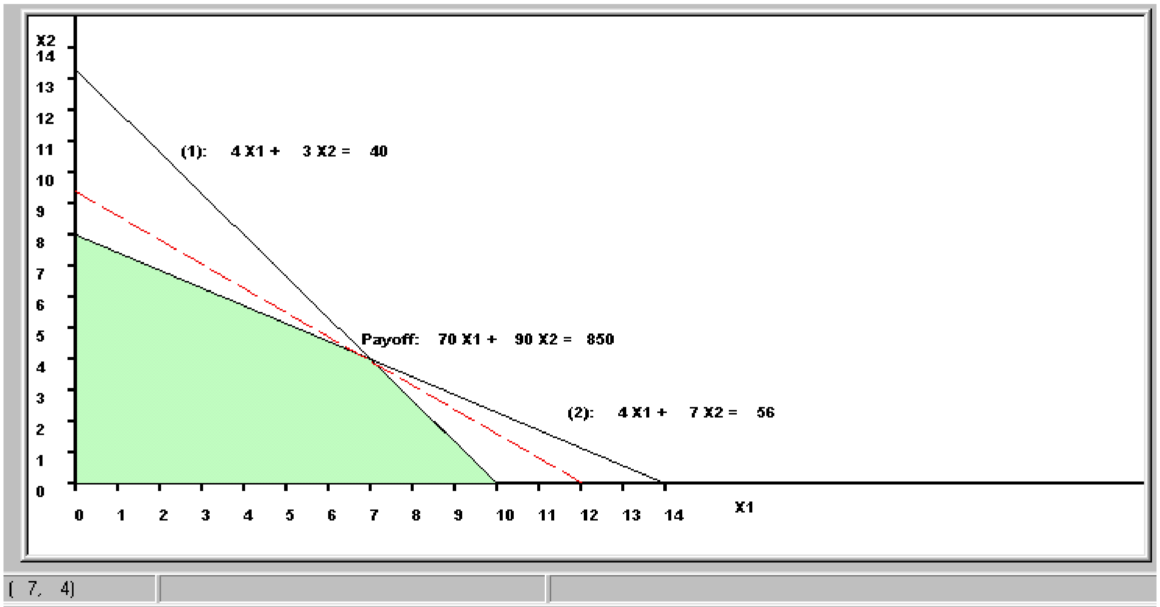
6.6 *Tamaño de los ejes:* Corrija el tamaño de los dos ejes x1 y x2.

Empiece con Xmax, Ymax; luego, con XZoom y YZoom .



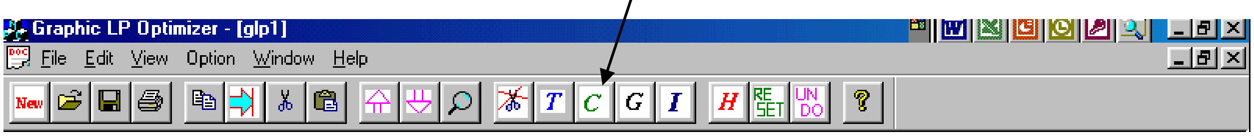
Esto se hace con el objeto de que la gráfica se pueda ver al tamaño adecuado dentro del editor.

6.7 *Curva del beneficio:* Arrastre la curva punteada de color rojo para que coincida con el punto de equilibro de las otras dos curvas de color negro.



Al colocarla en el punto de equilibrio, la función objetivo mostrará la cantidad 850, que corresponde a la cantidad máxima de beneficio y si apuntamos con el puntero del ratón en ese punto, aparecerá en la esquina inferior izquierda los valores de intersección (7, 4); se corrobora lo indicado en párrafos anteriores, que con la fabricación de 7 unidades de la mesa del tipo 1 y 4 unidades de la mesa del tipo 2, con las restricciones de horas de mecanizado primario y secundario y con las disponibilidades de horas – máquina por día, se podrá alcanzar un beneficio de B/.850.00.

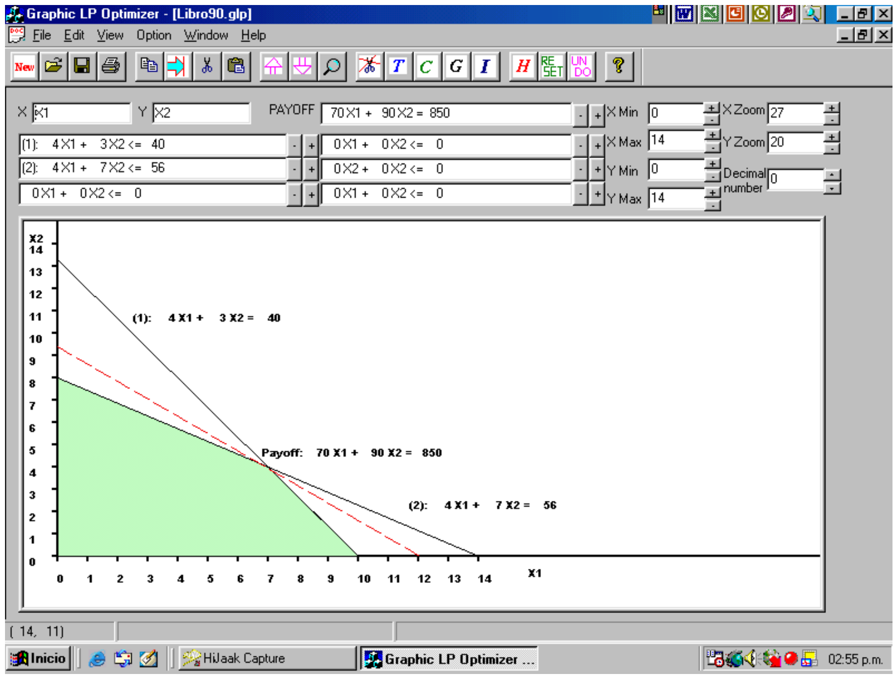
6.8 *Barra de herramientas:* Pulse el icono (C) de la barra de herramientas para que sombree de verde el área conocida como Región Factible.



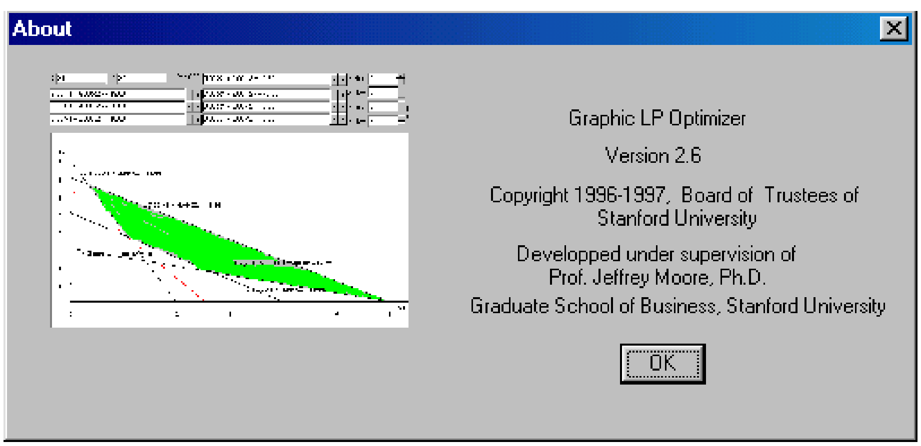
6.9 *Vértices de la región factible:* Si usted coloca el puntero del ratón en cualquiera de los otros vértices de la Región Factible, aparecerán el resto de los puntos calculados (0,0), (0,8), (10,0) además del (7,4), para comprobar que sus cálculos son correctos.

6.10 *Beneficios esperados:* Arrastrando la curva de color rojo hacia cada uno de los vértices indicados arriba, usted encontrará los valores 0, 720, 850 y 700 en la función objetivo y que corresponden a los beneficios esperados o soluciones factibles, siendo el de 850 el máximo. Con ello, el sistema nos indica que se deben fabricar 7 de una y 4 de la otra para lograr la maximización deseada.

6.11 Vista completa del problema:



Este sistema ha sido desarrollado por la Universidad de Stamford, es un programa de visualización gráfica, que permite tener una visión interactiva de los modelos que se desean desarrollar para la toma de decisiones.



7. DIEZ CASOS PARA PRACTICAR

1. Maximizar: Unos almacenes encargan a un fabricante pantalones y chaquetas deportivas. El fabricante dispone para la confección de 750 mts de tejido de algodón y 1000 mts de tejido de poliéster. Cada pantalón precisa 1 mts de algodón y 2 mts de poliéster. Para cada chaqueta se necesitan 1.5 mts de algodón y 1 mts de poliéster. El precio del pantalón se fija en B/.50.00 y el de la chaqueta en B/.40.00. ¿Qué número de pantalones y chaquetas debe suministrar el fabricante a los almacenes para que éstos consigan una venta máxima?

Respuesta = *El máximo beneficio es B/.28,900.00 y se obtiene en el punto (375, 250) Usted debe comprobar esta respuesta.*

	Pantalones	Chaquetas	
	Deportivas		Disponibilidad de tejido
Algodón	1	1.5	750
Poliéster	2	1	1000
Precio en B/.	50.00	40.00	

2. Maximizar: Una compañía de auditores se especializa en preparar declaraciones y auditorías de empresas pequeñas. Tienen interés en saber cuántas auditorías y peritajes pueden realizar mensualmente para maximizar sus ingresos. Se dispone de 800 horas de trabajo directo y 320 horas para revisión. Una auditoría en promedio requiere de 40 horas de trabajo directo y 10 horas de revisión, además aporta un ingreso de B/.300.00. Una declaración requiere de 8 horas de trabajo directo y de 5 horas de revisión, produce un ingreso de B/.100. El máximo de declaraciones mensuales disponibles es de 60.

Respuesta: Se pueden realizar 12 auditorías y 40 Peritajes con una utilidad de B/.7,600.00

	Auditoría	Declaración	Disponibilidad de horas
Trabajo directo	40	8	800
Revisión	10	5	320
Utilidad en B/.	300.00	100.00	

3. Maximizar: Una empresa fabrica marcos de ventanas de madera y de aluminio. Desea saber cuántas ventanas de cada tipo debe fabricar al día para lograr una ganancia máxima. Cada ventana de madera necesita de 6 horas diarias y cada ventana de aluminio 4 horas al día. Para cada ventana de madera se cuenta con un máximo de 6 horas diarias y de la de aluminio 8 horas diarias. La ganancia de cada ventana de madera es de B/.60.00 y de aluminio es de B/.30.00.

Respuesta: Puede fabricar una de madera y dos de aluminio por día, con una ganancia de B/.120.00.

	Ventanas		
	Madera	Aluminio	Disponibilidad horas diarias
Ventana de madera	6	0	6
Ventana de aluminio	0	4	8
Precio en B/.	60.00	30.00	

4. Minimixar: Consiste en determinar una dieta de manera eficiente, a partir de un conjunto dado de alimentos, de modo de satisfacer requerimientos nutricionales. La cantidad de alimentos a considerar, sus características nutricionales y los costos de éstos, permiten obtener diferentes variantes de este tipo de modelos. Por ejemplo:

	Leche (lt)	Legumbre (1 porción)	Naranjas (unidad)	Requerimientos Nutricionales
Niacina	3.2	4.9	0.8	13
Tiamina	1.12	1.3	0.19	15
Vitamina C	32	0	93	45
Costo	2	0.2	0.25	

Respuesta: Leche y Legumbre costo mínimo 4.9 en (1.4, 10.4)
Leche y Naranja no funciona
Legumbre y Naranja no funciona

Adicionalmente considere que se dispone de un Inventario Inicial de 15 unidades y no se acepta demanda pendiente o faltante, es decir, se debe satisfacer toda la demanda del período.

5. Minimixar: Un nutricionista asesora a un individuo que sufre una deficiencia de hierro y vitamina B, y le indica que debe ingerir al menos 2400 mg de hierro, 2100 mg de vitamina B1 (tiamina) y 1500 mg de vitamina B2 (riboflavina) durante cierto período de tiempo. Existen dos píldoras de vitaminas disponibles, la marca A y la marca B. Cada píldora de la marca A contiene 40 mg de hierro, 10 mg de vitamina B1, 5 mg de vitamina B2 y cuesta 6 centavos. Cada píldora de la marca B contiene 10 mg de hierro, 15 mg de vitamina B-1 y de vitamina B-2, y cuesta 8 centavos (tabla 2). ¿Cuáles combinaciones de píldoras debe comprar el paciente para cubrir sus requerimientos de hierro y vitamina al menor costo?

Respuesta = Menor costo B/.11.4 en (30.2, 121.0)

	Marca A	Marca B	Requerimientos mínimos
Hierro	40	10	2400
Vitamina B-1	10	15	2100
Vitamina B-2	5	15	1500
Costo por píldora (B/.)	0.06	0.08	

6. Maximizar: En una pastelería se hacen dos tipos de pasteles: Vienesa y Real. Cada tarta Vienesa necesita un cuarto de relleno por cada Kg. de bizcocho y produce un beneficio de B/.25.00, mientras que una tarta Real necesita medio Kg. de relleno por cada Kg. de bizcocho y produce B/.40.00 de beneficio. En la pastelería se pueden hacer diariamente hasta 150 Kg. de bizcocho y 50 Kg. de relleno, aunque por problemas de maquinaria no pueden hacer mas de 125 tartas de cada tipo. ¿Cuántas tartas Vienesas y cuantas Reales deben vender al día para que sea máximo el beneficio?

Respuesta = El máximo beneficio es B/.4,511.00 y se obtiene en el punto (100, 50)

	Pasteles		
	Vienesa	Real	Producción máxima
Bizcocho	1	1	150
Relleno	0.25	0.50	50
Beneficio en B/.	25	40	

7. Maximizar: Una escuela prepara una excursión para 400 alumnos. La empresa de transporte tiene 8 autobuses de 40 puestos y 10 autobuses de 50 puestos, pero sólo dispone de 9 conductores. El alquiler de un autobus grande cuesta B/.80.00 y el de uno pequeño B/.60.00. Calcular cuántos de cada tipo hay que utilizar para que la excursión resulte lo más económica posible para la escuela.

Respuesta = Resolviendo gráficamente se llega a que el punto (5, 4) es la solución del problema. La solución óptima.

	Bus		
	Pequeño	Grande	Alumnos
Puestos	40	50	400
Costo en B/.	60	80	

8. Minimixar: Una compañía posee dos minas: la mina A produce cada día 1 tonelada de hierro de alta calidad, 3 toneladas de calidad media y 5 de baja calidad. La mina B produce cada día 2 toneladas de cada una de las tres calidades. La compañía necesita al menos 80 toneladas de mineral de alta calidad, 160 toneladas de calidad media y 200 de baja calidad. Sabiendo que el coste diario de la operación es de B/.2,000 en cada mina ¿cuántos días debe trabajar cada mina para que el coste sea mínimo?

Respuesta = (40, 20), Luego la solución es trabajar 40 días en la mina A y 20 en la B. (método gráfico)

	Mina		Toneladas mínimas
Producción de hierro / día	A	B	
Alta calidad	1	2	80
Media calidad	3	2	160
Baja calidad	5	2	200
Costo mínimo diario en B/.	2,000	2,000	

9. Maximizar: Se va a organizar una planta de un taller de automóviles donde van a trabajar electricistas y mecánicos. Por necesidades de mercado, es necesario que haya mayor o igual número de mecánicos que de electricistas y que el número de mecánicos no supere al doble que el de electricistas. En total hay disponibles 30 electricistas y 20 mecánicos. El beneficio de la empresa por jornada es de B/.250.00 por electricista y B/.200.00 por mecánico. ¿Cuántos trabajadores de cada clase deben elegirse para obtener el máximo beneficio y cual es este?

Respuesta = La solución máxima es de 30 electricistas y 20 mecánicos(30, 20)

	Trabajadores		
	Electricista	Mecánico	Disponibilidad de
Electricistas	1	0	30
Mecánicos	0	1	20
Beneficio en B/.	250	200	

10. Minimixar: Un departamento de publicidad tiene que planear para el próximo mes una estrategia de publicidad para el lanzamiento de una línea de T.V. a color tiene a consideración 2 medios de difusión: La televisión y el periódico.

Los estudios de mercado han mostrado que:

a. La publicidad por T.V. Llega al 2% de las familias de ingresos altos y al 3% de las familias de ingresos medios por comercial.

b. La publicidad en el periódico llega al 3% de las familias de ingresos altos y al 6% de las familias de ingresos medios por anuncio.

La publicidad en periódico tiene un costo de B/.500.00 por anuncio y la publicidad por T.V. tiene un costo de B/.2,000.00 por comercial. La meta es obtener al menos una presentación como mínimo al 36% de las familias de ingresos altos y al 60% de las familias de ingresos medios minimizando los costos de publicidad.

Respuesta: Como mínimo 12 anuncios por TV y 4 por periódico con un costo de B/.25,816.00

	TV	Periódico	Contenido de grasa
Televisión	2	3	36
Periódico	3	6	60
Costo por anuncio en B/.	2,000	500	

BIBLIOGRAFÍA

1. BOARD OF TRUSTEES OF STAMFORD UNIVERSITY	**Graphic LP Potimizer.** 1996 – 1997, software para graficar, ver. 2.6, bajo la supervisión del Prof. Jeffrey Moore, PhD.
2. EPPEN, G. D y otros	**Investigación de operaciones en la ciencia administrativa.** México: Prentice Hall, 2000, 5ª. ed., 762 págs.
3. Jiménez Iraundegui, Rosa	**Programación lineal.** Internet.

GLOSARIO

			Pág.
FEV	=	Soluciones factibles en el vértice.	4
GLP	=	Programación Lineal Gráfica.	3
Incógnita	=	Variable desconocida.	4
Raíz	=	Punto donde la curva corta un eje.	3
Región factible	=	Espacio mínimo que permite solucionar el problema.	4
Restricciones	=	Ecuaciones de primer grado que influyen en la solución del problema.	2
s. a	=	Sujeto a.	2
VO	=	Valores Óptimos de holgura.	3
Vértice	=	Un punto de la región factible.	4
z	=	Función objetivo.	2